



Testare în vederea transferului – Clasa a IX-a - 27.08.2025

SUBIECTUL I

(45 puncte)

- 8p 1. Fie a, b, c numere reale pozitive nenule. Să se demonstreze că:
- a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ b) $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \leq a + b + c$
- 7p 2. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Să se calculeze a_7 .
- 8p 3. Determinați primul termen, rația și S_{10} ale unei progresii geometrice, dacă $\begin{cases} b_3 + b_4 = 12 \\ b_8 + b_9 = 384 \end{cases}$
- 7p 4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x + m + 6$. Să se determine valorile numărului real m știind că $f(x) \geq 0$, pentru $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 7p 5. Se consideră ecuația $x^2 + mx + 2 = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2 . Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$.
- 8p 6. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $\frac{2x+3}{x^2+x+1} \geq 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(45 puncte)

- 7p 1. În reperul cartezian $(O, \vec{i}, \vec{j})$ se consideră vectorii $\vec{u} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 5\vec{i} - \vec{j}$. Să se determine coordonatele și modulul vectorului $5\vec{u} + 3\vec{v}$.
- 8p 2. În planul triunghiului ABC se consideră punctele D și E astfel încât $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{DE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$. Să se arate că punctele A , C și E sunt coliniare.
- 7p 3. Să se calculeze $\sin^2 100^\circ + \cos^2 80^\circ$.
- 7p 4. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC , știind că $AB = 2$, $BC = 4$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$.
- 8p 5. Fie $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\beta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, astfel încât $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ și $\cos \beta = -\frac{4}{5}$.
- a) Calculați $\cos(\alpha + \beta)$ b) Arătați că $\beta - \alpha = \pi$
- 8p 6. Să se demonstreze identitatea $\frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$.

Notă: toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu; timp efectiv de lucru 90 de minute.

Testare în vederea transferului – Clasa a IX-a - 27.08.2025

BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Subiectul I

1.	a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$, unde $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$, adevărat $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^*$ b) din inegalitatea mediilor $m_g \leq m_a$, obținem $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}, \sqrt{bc} \leq \frac{b+c}{2}, \sqrt{ca} \leq \frac{c+a}{2}$ de unde, prin însumare, obținem $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \leq \frac{2(a+b+c)}{2}$, c.c.t.d.	2p 2p 2p 2p
2.	$r = a_2 - a_1, r = -1$ $a_7 = a_1 + 6r \Rightarrow a_7 = 6 - 6 = 0$	3p 4p
3.	aplicând $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, sistemul devine $\begin{cases} b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^3 = 12 \\ b_1 \cdot q^7 + b_1 \cdot q^8 = 384 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q^2 (1+q) = 12 \\ b_1 \cdot q^7 (1+q) = 384 \end{cases}$ de unde, prin împărțire, obținem $q^5 = 32$ deci $q = 2 \Rightarrow b_1 \cdot 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow b_1 = 1$ $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow S_{10} = 1023$	2p 2p 2p 2p
4.	$f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$ $a = 1 > 0$ și $\Delta = 1 - 4m$ $\Rightarrow 1 - 4m \leq 0$, de unde $m \in [\frac{1}{4}; +\infty)$	2p 2p 3p
5.	din Relațiile lui Viète, obținem $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -m$ și $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 2$ $\Rightarrow m^2 = 9$, de unde $m = \pm 3$	4p 3p
6.	$\frac{2x+3}{x^2+x+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+x+2}{x^2+x+1} \geq 0$ pentru numitor, $\Delta = -3 < 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ inecuația devine $-x^2 + x + 2 \geq 0$, cu $x_1 = -1, x_2 = 2$ de unde, din tabelul de semn, obținem $x \in [-1; 2]$	2p 2p 2p 2p

Subiectul II

1.	$5\vec{u} + 3\vec{v} = 5(-3\vec{i} + 2\vec{j}) + 3(5\vec{i} - \vec{j}) = 7\vec{j}$ coordonatele sunt $(0; 7)$, iar $ 5\vec{u} + 3\vec{v} = 7\vec{j} = \sqrt{0^2 + 7^2} = 7$	4p 3p
2.	desen corect $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$ $\Rightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$ deci $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$, de unde punctele A, C și E sunt coliniare	1p 2p 3p 2p
3.	$100^\circ \in C_{II}, \Rightarrow \sin 100^\circ = \sin(180^\circ - 100^\circ) = \sin 80^\circ$ obținem $\sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ = 1$	4p 3p
4.	aplicând T. cos obținem $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$ $\Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$ $P_{\triangle ABC} = AB + BC + CA$, de unde $P_{\triangle ABC} = 2(3 + \sqrt{3})$	3p 2p 2p
5.	a) $\alpha \in C_I \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$, iar $\beta \in C_{III} \Rightarrow \sin \beta = -\frac{3}{5}$ $\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\frac{7}{25}$ b) $\beta - \alpha = \pi \Leftrightarrow \cos(\beta - \alpha) = \cos \pi$ din pct a) obținem $\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\frac{25}{25} = -1$	2p 2p 2p 2p
6.	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$ $1 + \sin 2x = \cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = (\cos x + \sin x)^2$ $1 - \operatorname{tg} x = 1 - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$, iar $1 + \operatorname{tg} x = 1 + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x}$ obținem $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}}$, care este adevărat.	2p 3p 2p 1p

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.